

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE
MONOGRAFIE DI MATEMATICA APPLICATA

ALDO GHIZZETTI

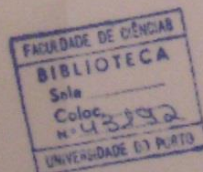
CALCOLO SIMBOLICO

LA TRASFORMAZIONE DI LAPLACE
E IL
CALCOLO SIMBOLICO DEGLI ELETTROTECNICI

CON PREFAZIONE DI MAURO PICONE



NICOLA ZANICHELLI EDITORE
BOLOGNA 1943



BGE43192

TRASFORMAZIONE DI LAPLACE E SUE APPLICAZIONI 17

L'integrale $\int_a^b e^{-pt} F(t) dt$ non può dunque superare in modulo la quantità fissa $H\left(2 + \frac{1}{\cos \varphi}\right)$ e perciò anche il suo limite per $a \rightarrow +0$, $b \rightarrow \infty$, cioè $f(p)$, non può in modulo superare tale costante, dunque

$$|f(p)| < H\left(2 + \frac{1}{\cos \varphi}\right), \quad \text{c. d. d.}$$

segue,

B) La seconda proprietà riguarda la *derivabilità* della funzione $f(p)$ nei punti p del semipiano di convergenza $\Re p > \beta$. Vale al riguardo il seguente teorema (*), che ci limitiamo ad enunciare;

TEOREMA. - La funzione

$$(9) \quad f(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} F(t) dt$$

ammette, in ogni punto p interno al semipiano di convergenza $\Re p > \beta$, derivate di qualsiasi ordine. Tutte queste derivate si possono calcolare derivando (rispetto a p) sotto il segno di integrale.

Si ha cioè

$$f'(p) = \frac{d}{dp} \int_0^{\infty} e^{-pt} F(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{d}{dp} e^{-pt} F(t) dt = - \int_0^{\infty} e^{-pt} t F(t) dt;$$

b(t) dt

analogamente

$$f''(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} t^2 F(t) dt$$

, perché
negativo
ragione

e in generale

$$f^{(n)}(p) = (-1)^n \int_0^{\infty} e^{-pt} t^n F(t) dt.$$

- p^{(n)}

sione in

E, qualunque sia n , questo nuovo integrale (che è l'integrale di LAPLACE della funzione $(-1)^n t^n F(t)$) è convergente là dove converge l'integrale (9), cioè nel semipiano $\Re p > \beta$. Sotto altra forma si può anche dire: Se la $F(t)$ è L -trasformabile per

(*) Questo teorema è quello che garantisce l'*analiticità* della $f(p)$, a cui abbiamo accennato alla fine del n. 3. La sua dimostrazione è quella stessa già ivi citata (vedi le citazioni della nota (*) a pag. 12).

GHIZZETTI - *Calcolo simbolico*.



GHIZZETTI, Aldo – Calcolo simbolico: la trasformazione di Laplace e il calcolo simbolico degli elettrotecnici. Pref. di Mauro Picone.

Bologna: Nicola Zanichelli, 1943. VI, [2], 331 p. (Monografie di matematica applicata)