

JOSÉ SEBASTIÃO E SILVA

AS FUNÇÕES ANALÍTICAS E A ANÁLISE FUNCIONAL

Dissertação apresentada à Faculdade
de Ciências da Universidade de Lisboa para obtenção do
grau de Doutor em Ciências Matemáticas

PUBLICAÇÃO SUBSIDIADA PELO
INSTITUTO PARA A ALTA CULTURA

TESE Nº 202

LISBOA — 1948

como soma de uma infinidade de espaços de BANACH — e é possível estender os resultados precedentes às transformações dum espaço funcional analítico $\mathfrak{H}[C]$ sobre um segundo espaço funcional analítico $\mathfrak{H}[C^*]$ ou, mais geralmente, sobre um espaço S que se exprima como soma de infinitos espaços de BANACH. Esta extensão será feita somente no § 4. É de notar que FANTAPPIÉ estuda os operadores que transformam funções em funções sempre sob a forma de *funcionais mistos*, chamando «funcional misto» a toda a transformação $w = F_z[\varphi(z), t]$, em que se faz corresponder um número w a cada par constituído por uma função φ (pertencente a um dado espaço S) e por um número t (pertencente a um dado domínio D). É claro que, se, na expressão $w = F_z[\varphi(z), t]$, fixarmos a função φ , a variável w ficará a ser função exclusiva de t ; d'este modo, a cada função $\varphi \in S$ ficará a corresponder uma determinada função $w = f(t)$, definida no domínio D . Mas tal não é o instrumento adequado para estudar as transformações de $\mathfrak{H}[C]$ sobre $\mathfrak{H}[C^*]$, por isso que as funções pertencentes a $\mathfrak{H}[C^*]$ não se podem referir todas a um mesmo domínio D .

Os resultados anteriores permitem apresentar, com mais ampla projecção e de maneira mais sugestiva, o cálculo operacional instituído por FANTAPPIÉ. Seja S um espaço de BANACH complexo ou, mais geralmente, um espaço que se possa exprimir como soma de infinitos espaços de BANACH complexos; e representemos por $\Lambda(S)$ o conjunto de todas as transformações lineares (mas não necessariamente contínuas!) do espaço S sobre si mesmo. Propunhamo-nos então resolver o seguinte problema: dada uma transformação F pertencente a $\Lambda(S)$ e supondo que o conjunto fechado C não contém o ponto impróprio, associar a cada função φ pertencente a $\mathfrak{H}[C]$ uma transformação $\varphi(F)$ contida ainda em $\Lambda(S)$, de modo que sejam verificadas as condições seguintes:

- 1) Se $\varphi(z) = z$, então $\varphi(F) = F$;
- 2) Se $\varphi(z) = a$ (sendo a uma constante numérica qualquer), então $\varphi(F) = a$;
- 3) Se $\chi = \varphi + \psi$, $\vartheta = \varphi \cdot \psi$, então $\chi(F) = \varphi(F) + \psi(F)$, $\vartheta(F) = \varphi(F) \cdot \psi(F)$;
- 4) Se $\psi = \lim_n \varphi_n$, então $\psi(F) = \lim_n \varphi_n(F)$.

(Serão dadas duas definições diversas de «limite duma successão (F_n) de operadores», conforme se tratar ou não de operadores contínuos).

Pois bem: *Condição necessária e suficiente para que tal problema seja resolúvel é que o operador $(I - F)^{-1}$ seja uma função de I , núcleo*

SILVA, José Sebastião e — As funções analíticas e a análise funcional.

Lisboa: [s. n.], 1948. [6], 128, [2] p. Tese de doutoramento apresentada à Faculdade de Ciências de Lisboa para a obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas.