

GUIDO CASTELNUOVO
PROFESSORE ALL'UNIVERSITÀ DI ROMA

LEZIONI DI GEOMETRIA ANALITICA

NONA EDIZIONE

Geometria analitica del piano e dello spazio
I concetti fondamentali della Geometria Proiettiva
Curve e Superficie di secondo ordine.



MILANO-GENOVA-ROMA-NAPOLI
SOCIETÀ ANONIMA EDITRICE DANTE ALIGHIERI
(Albrighi, Segati & C.)
1938-XVI

I due punti M' , N' variano col mutare delle due rette m , n , coniugate e perpendicolari; ma il prodotto

$$OM' \cdot ON' = a^2 \mp b^2$$

rimane costante; ciò dimostra che M' , N' si mantengono coniugati in una involuzione avente il centro O e la potenza $a^2 \mp b^2$ (n. 189, e). Nella ipotesi fatta, la potenza è positiva e si suole indicare con c^2 , ponendo

$$(2) \quad \begin{cases} \text{per la ellisse,} & c^2 = a^2 - b^2; \\ \text{per la iperbole,} & c^2 = a^2 + b^2; \end{cases} \quad (a > b)$$

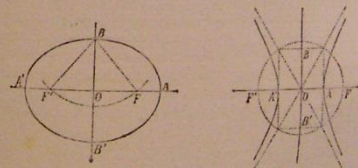
la involuzione dunque è iperbolica, ed ha due punti doppi F , F' di ascisse c , $-c$, sull'asse x . Segue poi dalle cose dette che, se per uno di essi, ad es. per F , si conduce una retta m ad arbitrio, la retta n coniugata e perpendicolare passerà pure per F . Ciò prova che F ed F' sono fuochi della conica, sono anzi i soli fuochi situati sull'asse x .

Se lo stesso procedimento si ripete per l'asse y , si trova che la involuzione, cui appartengono le coppie di intersezioni di y con m ed n , è ellittica, di potenza $-c^2$; si conclude che sull'asse y stanno due fuochi immaginari di ordinate $\pm ci$, $-ci$.

Limitandoci a considerare i fuochi reali, che soli hanno interesse, concludiamo:

Una conica a centro possiede due fuochi, situati sopra uno degli assi (asse focale o principale), che è l'asse maggiore per l'ellisse e l'asse trasverso per la iperbole. I fuochi sono simmetrici rispetto al centro, e la loro distanza da questo punto (distanza focale) è $c = \sqrt{a^2 \mp b^2}$.

Il valore della distanza focale giustifica senz'altro le seguenti costruzioni dei fuochi.



Se la curva è una ellisse, si descriva il cerchio che ha per centro un vertice dell'asse minore e per raggio il semiasse maggiore; questo cerchio sega l'asse maggiore nei fuochi.

CASTELNUOVO, Guido – Lezioni di geometria analitica: geometria analitica del piano e dello spazio, i concetti fondamentali della geometria proiettiva, curve e superficie di secondo ordine. 9ª ed.

Milano: Dante Alighieri, 1938. VIII, 605 p. Contém 8 f. manuscritas.