
GAZETA DE MATEMÁTICA

JORNAL DOS CONCORRENTES AO EXAME DE APTIDÃO E DOS
ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS SUPERIORES

ANO XI

N.º 46

DEZEMBRO 1950

S U M Á R I O

A função de Dirac — Sua interpretação matemática
por *Ruy Luís Gomes*

Filósofos e Matemáticos, por *José Sebastião e Silva*

Problèmes de dépouillements. II, par *P. Dufresne*

Movimento Científico

Colóquio Internacional sobre a teoria das funções de várias variáveis
complexas — Congresso Luso-Espanhol para o Progresso das Ciências

Matemáticas Elementares

Pontos de exame do curso complementar dos Liceus e de exames de
aptidão às Escolas Superiores

Matemáticas Superiores

Álgebra Superior — Matemáticas Gerais — Análise Infinitesimal

Notas de Matemática

Crítica de Livros

Compêndio de Álgebra — 3.º ciclo, por *António Augusto Lopes*

Problemas

Filósofos e Matemáticos

por José Sebastião e Silva

Vem já de longe o desentendimento entre matemáticos e filósofos. É certo que, em certos momentos da história, a matemática e a filosofia se têm dado as mãos amigavelmente, em perfeita colaboração: basta lembrar aquele distico afixado à porta da academia de Platão: «*Não entre ninguém que não saiba geometria*».

Descartes e Leibniz, os dois grandes expoentes do racionalismo científico, foram ao mesmo tempo matemáticos e filósofos. «*Les mathématiciens ont autant besoin d'être philosophes que les philosophes ont besoin d'être mathématiciens*» — afirma Leibniz, numa carta a Malebranche.

Mas estes casos são apenas excepções.

Já Galileu se insurgia contra os filósofos adversários da ciência, interpelando-os em termos de fina ironia: «*di grazia cessino di essere così aspri nemici della geometria... credevo che non si potesse essere tanto nemico di persona non conosciuta*» («por favor, deixem de ser tão áspersos inimigos da geometria... eu não supunha que se pudesse ser tão inimigo de pessoa não conhecida»).

De vez em quando, há uma esperança de reconciliação. No prefácio à obra de Lusin sobre conjuntos analíticos, observa Lebesgue:

«*Après les premiers grands progrès de la théorie des ensembles, Philosophes et Mathématiciens crurent le moment venu de se tendre la main au dessus du large fossé qui les sépare. La conversation qui s'engagea ressembla, dès l'abord, au jeu des propos interrompus; ce n'était que l'affaire d'un moment, croyait-on, un effort encore et l'on allait se comprendre. Mais Zénon d'Élée et le sorite du menteur furent invoqués*. E logo a seguir: «*Quand j'étais étudiant, le café servi nous abordions volontiers les idées générales: la discussion s'échauffait et semblait devoir être sans fin, lorsque l'un de nous s'écriait: 'D'abord, toi, est-ce que tu existes? Je dis toi pour la commodité, mais moi seul existe... Alors nous comprenions qu'il fallait aller travailler et nous nous séparions jusqu'au lendemain*».

O dissídio pode dizer-se que se tornou grave a partir de Hegel, com todos os metafísicos nebulosos que seguiram o mesmo rumo: os idealistas românticos, poetas da Ideia Confusa. A pouca simpatia de Hegel pela matemática (que faz pensar num complexo de inferioridade) corresponde nele a uma hipertrofia de certas tendências do espírito em prejuízo de outras.

Génio impetuoso e desigual, que não sofria um só instante a disciplina clarificadora do silogismo, Hegel está bem longe do ideal cartesiano das ideias claras e distintas («*Quand il s'agit de questions transcendentes, soyez transcendentement clair*»). Depois, entre os epígonos, esta aversão à matemática torna-se uma regra de bom-tom, que já não convence pela sinceridade. É o que se observa, por exemplo, em Benedetto Croce, o famoso filósofo italiano que tão profunda influência tem exercido dentro e fora da Itália. Vale a pena folhear a «*Lógica*» de Croce, não só para constatar a sua dificuldade em discorrer com lógica, mas ainda para ver como são ali tratadas as ciências exactas: para ele a matemática, a física, etc., seriam apenas um jogo mecânico de fórmulas e de regras, certamente útil, mas que nada teria que ver com a actividade criadora do espírito. Segundo Croce (e nisto ele está em oposição a Hegel) os conceitos empíricos e os conceitos abstractos da matemática seriam apenas «pseudoconceitos», inteiramente distintos dos «conceitos puros» ou verdadeiros conceitos. Em vão Federigo Enriques, o conhecido géometra e pensador, lhe pediu exemplos de conceitos puros; Croce limitava-se a três ou quatro exemplos vagos, sempre os mesmos, que nos deixam perplexos a olhar para as nuvens: o conceito de qualidade, o conceito de beleza, o conceito de finalidade, o Conceito de conceito (precisamente os mais abstractos entre todos os conceitos abstractos...). A polémica entre Enriques e Croce (aí por volta de 1911) dá-nos bem a medida da divergência entre os dois tipos de mentalidade.

O que acontece geralmente nestes divérbios é que o cientista parece mais próximo do senso-comum: a sua reacção perante as excentricidades de certos filósofos é tanto ou mais vinculada do que a do homem da rua.

O mais curioso ainda é que, quando o leigo se põe a fazer ciência por conta própria, tende quasi sempre a cair no poço da filosofia (e digo «poço», porque, geralmente, é difícil de lá sair). Como exemplo, vem a propósito referir o caso de um general que conheci em Roma, pessoa culta, de convívio agradável, a quem o não ter nada que fazer conduziu às lucubrações matemáticas. Sua ocupação favorita era expurgar a matemática de círculos viciosos. «Na definição — preceituava ele — nunca deve entrar o definido». E até aqui era difícil não lhe dar razão. Porém, uma das definições que tiveram a pouca sorte de

cair sob a sua análise foi a de um número primo. Definição impecável à primeira vista: «Diz-se que um número diferente de um é primo, quando só é divisível por si mesmo e pela unidade». Mas observava o general: «Este *si mesmo* o que é senão o número primo — o definido a intervir na definição? Eis aqui um círculo vicioso!» Em seu entender, este e outros erros provinham de uma deficiente fundamentação filosófica da aritmética e, como remédio, propunha uma sua teoria um tanto complicada, em que se fala da tendência que tem o nosso espírito a «granulizar o real». Depois de ter ido bater à porta de vários matemáticos, tornou a casa de mau humor e acabou por publicar as suas reflexões numa revista filosófica, com um preâmbulo conceituoso que era uma tunda mestra nos matemáticos em geral. Creio que a partir de então se consagrou inteiramente à filosofia.

De modo nenhum eu pretendo insinuar que a obra dos metafísicos românticos tenha sido inútil: a reacção ao matematismo — ao racionalismo científico na sua forma extrema — tornou-se inevitável, e salutar para a própria ciência, principalmente depois do novo rumo que tomou a física. Num momento de exaltação poética, Laplace teve esta frase que havia de ficar célebre: «Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si, d'ailleurs, elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, elle embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome: rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, serait présent à ses yeux». Mas hoje sabemos quanto há de exagerado nesta concepção mecanicista. De resto, já nos meios cartesianos a ideia de conseguir uma descrição do mecanismo do mundo era tida por simples miragem; lizia Pascal: «Il faut dire en gros cela se fait par figure et mouvements, car cela est vrai; mais dire quels et composer la machine, cela est ridicule...»

Temos aqui de concordar com os intuicionistas: o universo não é apenas máquina — é também vida, é também evolução; não é apenas causalidade, é também finalidade. Ao estudar o mundo empírico, o homem esqueceu-se dum pormenor essencial, irreduzível a formas matemáticas — que é *ele mesmo, homem*, com tudo o que nele se contém de infinito. Não se mecaniza a vida, não se logifica o sentimento, não se automatiza o espírito livre e criador. Não se resolvem problemas sentimentais por meio de equações, e ainda bem que tal não é possível.

Mas é preciso também não cair no extremo oposto: o anti-intelectualismo, o irracionalismo cego e desenfreado!

Através dos séculos se vem observando esta oscilação entre os dois polos — *racionalismo* e *intuicionismo* (ou *empirismo*). Já nos bons tempos helénicos encontramos, de um lado, Heraclito (o Confuso) e os sofistas; do outro lado, os pitagóricos, os eleatas, Demócrito, Platão. Dizem os empiristas: o mundo que nós vemos é sempre diverso, sempre em movimento, sempre em evolução; enquanto a ciência pretende dar-nos dele uma imagem permanente e estável. Respondem os eleatas: mudança, movimento, o nascer e o morrer — tudo aparência, tudo ilusão; só o que é estável existe, e, se os seres particulares se transformam, o universo, como um todo, é imóvel, regido por leis eternas e imutáveis. A frase tantas vezes citada de Heraclito «Não nos banhamos duas vezes no mesmo rio» tornou-se como que uma divisa do empirismo militante. E é delicioso ouvir Platão queixar-se dos sofistas pela boca de um dos seus personagens: «E com efeito, ó Sócrates, discorrer destas doutrinas heracliteanas... é coisa mais difícil do que discorrer com pessoas que tenham sido mordidas pela tarântula. Realmente estes homens, segundo os seus escritos, estão em contínuo movimento; e parar num assunto e numa pergunta, e quietamente perguntar e responder cada um por sua vez, não lhes é possível de nenhum modo... Ora pois, se tu a algum deles perguntas alguma coisa, ei-lo que tira como que duma aljava certas suas palavrinhas enigmáticas e tas dispara como flechas; e se procuras que te dê conta do que disse, já és atingido com um outro e novo jogo de palavras, e assim não chegas a nenhuma conclusão com nenhum deles. E nem sequer eles concluem nada entre si; porque a coisa de que se ocupam com mais cuidado é não deixar que nada nos seus discursos e nos seus ânímos seja sólido e seguro, considerando, eu creio, que isso mesmo que é seguro é estável; e a esta estabilidade eles fazem guerra de todos os modos, e de todos os lugares a escorraçam como podem». Este diálogo entre Teodoro e Sócrates (no Teeteto) conserva uma actualidade impressionante.

Na Idade Média a luta reacende-se vivacíssima entre nominalistas e realistas (os empiristas e racionalistas de então), terminando com o triunfo do racionalismo metafísico da escolástica, o qual por sua vez irá confluir no racionalismo cartesiano.

Na Idade Moderna, vamos encontrar o racionalismo de Descartes, Leibniz e Spinoza, frente a frente com o empirismo de Bacon, Locke, Berkeley, Hume. (O cartesianismo do espírito francês e o empirismo anglo-saxónico são dois traços dominantes da cultura ocidental). Um supremo esforço de conciliação é realizado no criticismo de Kant, ao qual porém se segue a onda avassaladora do idealismo germânico (o cha-

mado «racionalismo hegeliano» é apenas um exemplo do abuso que se pode fazer de certos termos...).

Afinal, trata-se de duas tendências *complementares* da nossa mente, com supremacia duma ou de outra, conforme os indivíduos e conforme as circunstâncias. Do equilíbrio de ambas, da sua acção alternada e recíproca, resultará a fecundidade do pensamento.

Hoje, neste mundo atormentado em que tudo parece oscilar, assistimos à erupção do intuicionismo sob as mais variadas vestes: empirismo, pragmatismo, contingentismo, evolucionismo, historicismo, esteticismo, voluntarismo, surrealismo, existencialismo, etc, etc (porque, neste campo, os «ismos» dividem-se e sub-dividem-se de maneira alucinante, repelindo-se mutuamente). Até no âmbito de matemática — a cida-
dela da *razão racionante* — vemos introduzir-se o intuicionismo, com grande alarido, determinando a divisão entre matemáticos platónicos e matemáticos empiristas.

Mas entretanto, por obra de matemáticos — longe do bulício do mundo, serenamente, sem altas pretensões — tem-se vindo a desenvolver uma actividade filosófica que se liga directamente à tradição de Leibniz. Refiro-me à lógica matemática ou logística, cujos iniciadores principais foram Booie, Frege, Peano e que atinge a sua maioridade no obra monumental de Whitehead e Russell, «Principia Mathematica». A lógica matemática é, até certo ponto, a lógica formal de Aristóteles rejuvenescida e reabilitada; mas é muito mais do que isso, porque enriquecida com alguns séculos de experiência de análise algébrica e infinitesimal, que a tornam o mais poderoso instrumento até hoje conhecido para a análise do pensamento abstracto. Quando se instituiu o simbolismo algébrico, que põe a nu toda a mecânica dum certo tipo de raciocínio, surgiu a ideia de o generalizar, criando uma linguagem simbólica para o uso de toda a ciência. A ideia já se tinha de certo modo apresentado a Ramón Lull, místico catalão do século XIII, que a expôs na sua «Ars compendiosa inveniendi veritatem»; mais tarde, a mesma ideia tornou-se um dos motivos predilectos das meditações

de Leibniz; mas os seus resultados não foram apreciáveis: estava-se ainda nos primórdios da álgebra. O sonho duma língua científica universal não se realizou como o concebera Leibniz — foi mesmo reconhecido impossível; mas que imensos, insuspeitados horizontes se nos abriram com a nova lógica! A principio, os logísticos foram alvo de críticas sarcásticas, principalmente por parte de H. Poincaré. Houve, sem dúvida, exageros e ingenuidades que justificaram a troça; mas não esqueçamos, por outro lado, que Poincaré recebeu muito a influência de seu cunhado, Emílio Boutroux, o filósofo contingentista que precedeu imediatamente Bergson na estrada do intuicionismo. Hoje a lógica simbólica ri-se do anátema lançado pelo grande matemático e pensador, que já nas «Dernières Pensées» parece inclinado a abrandar a ironia. Certamente, a nova lógica tem um seu domínio limitado, e pretender sair dele será sempre pouco sensato. Mas, pelo menos no que se refere à matemática, a sua utilidade está hoje fora de dúvida: a sua intervenção em análise funcional, álgebra abstracta, etc. tornou-se fundamental. Um dos seus principais cultores, David Hilbert, foi um dos maiores matemáticos dos últimos tempos. A nova lógica oferece ao matemático uma férrea disciplina mental que o impede de cair em divagações como aquela do general atrás mencionado.

Mas nunca é demais repetir: a matemática não é tudo, está muito longe de ser tudo. O matemático deve sempre evitar o perigo da deformação profissional, que pode ser nociva para a própria actividade científica e já fazia dizer aos antigos: «mathematicus purus, purus asinus». Nas horas vagas, o seu espírito deve orientar-se para outros domínios: procurar na arte, na literatura, na filosofia, um equilíbrio que foi perturbado (sem cair num diletantismo dispersivo, outro perigo a evitar!). E ter presente o conselho de David Hume no seu ensaio sobre o intellecto humano:

«Sê um filósofo, mas, no meio de toda a tua filosofia, sê ainda e sempre um homem».

N. R. — Artigo publicado em *Ciência*, Revista dos Estudantes da Faculdade de Ciências de Lisboa, Ano III — N.º 3, Janeiro-Março de 1950.